

Министерство просвещения Российской Федерации
ФГБОУ «Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНОЙ ЗАДАЧИ

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа
допущена к защите:
Заведующий кафедрой

Исполнитель:
Кучменко Ксения Валерьевна,
обучающаяся группы МАТ-1601

дата

подпись

подпись

оценка

Научный руководитель:
Семенова Ирина Николаевна,
кандидат педагогических наук, доцент

подпись

Екатеринбург 2020

Введение

Федеральный государственный образовательный стандарт ставит целью образования общекультурное, духовно-нравственное, гражданское, социальное, личностное и интеллектуальное развитие обучающихся, их саморазвитие и самосовершенствование (Гл. 3, ст. 13). Стандарт предъявляет требования не только к предметным и личностным результатам, но и к метапредметным результатам. К метапредметным результатам относится формирование *универсальных учебных действий* обучающихся. Под универсальными учебными действиями, в широком смысле, понимается — умение учиться.

В составе основных видов универсальных учебных действий А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др. выделяют познавательные, регулятивные, личностные и коммуникативные универсальные учебные действия.

Выделяя в нашей работе познавательные универсальные учебные действия, отметим, что они обеспечивают организацию учебно-познавательной деятельности и направлены на формирование у обучающихся научной картины мира, развитие способности управлять своей познавательной и интеллектуальной деятельностью, развитие логического и творческого мышления. Также познавательные универсальные учебные действия формируют умение искать и перерабатывать информацию. Познавательные действия включают в себя общеучебные, логические действия, а также действия постановки и решения проблемы.

Проблемой формирования познавательных универсальных учебных действий занимались такие авторы, как А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А.Володарская, а также Л.И. Боженкова, Н.М. Горленко, О.В. Запятая и др., в работах которых выделена структура познавательных универсальных учебных действий, показаны примеры средств для формирования

познавательных универсальных учебных действий в разных школьных дисциплинах.

Познавательные универсальные учебные действия формируются в процессе изучения всех школьных дисциплин. В силу того, что для математики отводится большое количество часов в учебной программе, то познавательные универсальные учебные действия должны формироваться и при изучении математики, то есть при изучении всех дидактических единиц школьного курса математики, в том числе – при решении сюжетных задач.

Вопросом формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе решения задач занимались такие авторы, как Л.И. Боженкова, В.И. Семакова и др. Однако дидактические материалы не обобщены, представлены для отдельных классов и охватывают не все темы школьного курса математики, поэтому нуждаются в доработке и конкретизации. Сказанное обуславливает актуальность нашей работы.

Объект исследования: процесс обучения математике.

Предмет исследования: формирование познавательных УУД обучающихся в процессе решения сюжетных задач по математике.

Цель: составить совокупность заданий, направленных на формирование у обучающихся познавательных универсальных учебных действий в процессе решения сюжетной задачи.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

1. Проанализировать нормативные документы и методическую литературу для выделения структуры познавательных универсальных учебных действий.
2. Проанализировать, систематизировать и обобщить примеры заданий на формирование познавательных универсальных учебных действий и выделить слова-конструкторы для формулировки заданий, направленных на формирование ПУУД.

3. Раскрыть роль сюжетных задач как средства формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.
4. Сформулировать задания на формирование познавательных универсальных учебных действий при решении сюжетных задач с использованием результатов решения задачи 2.

Структура работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, состоящего из 21 наименования.

В тексте работы 5 таблиц, 2 схемы.

Основные результаты исследования представлены в следующих публикациях:

1. Кучменко К.В., Семенова И.Н. Слова-конструкторы для формулировки заданий, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – Екатеринбург: 2020.

Глава I. Теоретические основы формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе решения сюжетных задач школьного курса математики

1.1 Структура познавательных универсальных учебных действий

Одной из основных задач образования является формирование «универсальных учебных действий». Под универсальными учебными действиями, согласно, в широком смысле, понимается умение учиться, то есть способность человека к самосовершенствованию, в узком смысле – совокупность способов действий, обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса.

Развитие личности в системе образования осуществляется за счет формирования универсальных учебных действий, которые являются неизменной основой образовательного и воспитательного процесса. Овладение учащимися универсальными учебными действиями создаёт возможность самостоятельного и успешного усвоения знаний, умений и навыков и формирование компетентностей, включая умение учиться.

Для формирования этих действий при изучении предметного материала важно выделить структуру и исследовать дидактические возможности предметного материала для формирования элементов структуры.

Решим сформулированную задачу.

В составе основных видов универсальных учебных действий (далее – УУД) выделяют четыре блока: личностный, регулятивный, познавательный, коммуникативный.

Познавательные УУД являются основополагающими среди всех универсальных учебных действий, выделенных в ФГОС, так как это один из ведущих видов деятельности человека, направленный на приобретение информации об объектах и явлениях реальной действительности и конкретных знаний.

В литературе существуют несколько подходов к определению понятия «познавательные универсальные учебные действия».

Обратимся к определениям, которые вывели авторы, исследующие универсальные учебные действия.

Л.И. Боженкова под познавательными УУД понимает такие действия, которые обеспечивают познание – умственный творческий процесс получения и постоянного обновления знаний, необходимых человеку, которое обозначает способность к умственному восприятию и переработки информации.

Н.А. Чуланова под познавательными УУД понимает систему способов познания, обеспечивающую интеллектуальное развитие обучающегося, с целью применения полученных знания на практике, а также с целью владения навыками познавательной рефлексии, осознания совершаемых действий, оценивания своих результатов, установления границ своего знания и незнания, становления перед собой новых познавательных задач и способов их достижения для решения проблем в реальных жизненных ситуациях.

О.В. Степанова рассматривает познавательные УУД как особую избирательную направленность личности на процесс познания; ее избирательный характер выражен в той или иной предметной области знаний. Эта направленность характеризуется постоянным стремлением к более полным и глубоким знаниям. Автор подчеркивает, что познавательные универсальные учебные действия носят поисковый характер.

И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтева утверждают, что познавательные УУД – это действия, обеспечивающие научно-ориентированное познание мира и развитие познавательных функций личности. Это действия, результатами которых становится сформированность научной картины мира, овладение методологией познания, стратегиями и способами познания и учения; развитие символического, логического, творческого мышления, продуктивного воображения, произвольных памяти и внимания, рефлексии.

И.Г. Липатникова под познавательными УУД понимает систему способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации.

А.Г. Асмолов представляет познавательные УУД, как исследовательские действия, с помощью которых осуществляется поиск информации, исследование.

Для выбора определения, которым будем пользоваться в работе, проведем анализ каждого определения и контент-анализ всех перечисленных определений. Результат представим в таблице 1.

Таблица 1

Контент-анализ понятия «познавательные универсальные учебные действия»

Автор	<u>Что это</u>	<u>Что обеспечивает</u>	<u>Цель, результаты</u>
Л.И. Боженкова	действия	познание	-
Н.А. Чуланова	систему способов познания	интеллектуальное развитие	применения знания на практике, владения навыками познавательной рефлексии, осознания совершаемых действий, оценивания своих результатов, установления границ своего знания и незнания, становления перед собой новых познавательных задач и способов их достижения
О.В. Степанова	избирательную направленность личности на процесс познания	-	-
И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтева	действия	Научно-ориентированное познание, развитие познавательных функций	сформированность научной картины мира, овладение методологией познания, стратегиями и способами познания

		личности	и учения; развитие символического, логического, творческого мышления, продуктивного воображения, произвольных памяти и внимания, рефлексии.
И.Г. Липатникова	систему способов познания	-	-
А.Г. Асмолов	исследовательские действия	Поиск информации, исследование	-

Основываясь на результатах таблицы 1 можно определить *познавательные универсальные учебные действия* как действия, обеспечивающие познание, которое включает в себя переработку и поиск информации, с целью применения полученных знаний на практике, владения навыками познавательной рефлексии, развития символического, творческого мышления; обеспечивающие интеллектуальное развитие и логическое мышление.

В контексте представленного определения, укажем, что в блоке познавательных УУД А.Г. Асмолов и др. выделяют следующие действия:

1. *Общеучебные:*

Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; поиск и выделение необходимой информации; знаково-символические действия, включая моделирование (преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта, и преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область); умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме; выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; рефлексия способов условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности; смысловое чтение как

осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели; извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров; определение основной и второстепенной информации и т.д.

2. Логические:

Анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных); синтез как составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание, восполнение недостающих компонентов; выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов; подведение под понятия, выведение следствий; установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство; выдвижение гипотез и их обоснование.

3. Действия постановки и решения проблем:

Действия постановки и решения проблем включают формулирование проблемы и самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.

Не претендуя на полноту, Н.М. Горленко, О.В. Запятая, В.Б. Лебединцев, Т.Ф. Ушева представили пооперационный состав познавательных универсальных учебных действий:

Умение сравнивать состоит из следующих действий:

- выделять признаки, по которым сравниваются объекты;
- выделять признаки сходства;
- выделять признаки различия;
- выделять главное и второстепенное в изучаемом объекте.
- выделять существенные признаки объекта.

Умение анализировать состоит из следующих действий:

- разделять объект на части;
- располагать части в определенной последовательности;
- характеризовать части этого объекта.

Умение делать выводы состоит из следующих действий:

- находить главное в изучаемом явлении или объекте;
- устанавливать главную причину явления;
- кратко оформлять высказывание, связывающее причину и следствие.

Умение схематизировать включает действия:

- разделять объект на части;
- располагать части в определенной последовательности;
- определять связи между частями;
- оформлять графическое изображение.

Сравнивая приведенные результаты, подчеркнем, что структура познавательных универсальных действий Н.М. Горленко, О.В. Запятой и др. представляет лишь фрагменты состава познавательных УУД.

В дополнение структуры укажем работу М.Н. Клиновой, которая выделила три группы познавательных УУД:

1 группа – умения определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Освоив данную группу познавательных УУД, обучающийся сможет:

- подбирать слова, соподчиненные ключевому слову, определяющие его признаки и свойства;
- выстраивать логическую цепь ключевого слова и соподчиненных ему слов;
- выделять признак двух или нескольких предметов или явлений и объяснять их сходство;
- объединять предметы и явления в группы по определенным признакам, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;

- выделять явление из общего ряда других явлений;
- определять обстоятельства, которые предшествовали возникновению связи между явлениями;
- строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от частных явлений к общим закономерностям;
- излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
- самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;
- делать вывод на основе критического анализа разных точек зрения, подтверждать вывод собственной аргументацией или самостоятельно полученными данными.

2 группа – умения создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

В контексте освоения данной группы познавательных УУД обучающийся сможет:

- обозначать символом и знаком предмет и/или явление;
- определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме;
- создавать абстрактный или реальный образ предмета и/или явления;
- строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа решения задачи;
- создавать вербальные, вещественные и информационные модели с выделением существенных характеристик объекта для определения способа решения задачи в соответствии с ситуацией;
- преобразовывать модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область;

- переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;
- строить схему, алгоритм действия, исправлять или восстанавливать неизвестный ранее алгоритм на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм;
- строить доказательство: прямое, косвенное, от противного;

3 группа - смысловое чтение.

Обучающийся сможет:

- находить в тексте требуемую информацию (в соответствии с целями своей деятельности);
- ориентироваться в содержании текста, понимать целостный смысл текста, структурировать текст;
- устанавливать взаимосвязь описанных в тексте событий, явлений, процессов;
- резюмировать главную идею текста;
- критически оценивать содержание и форму текста.

В связи с тем, что авторы представляют разную структуру познавательных УУД, мы в нашей работе при проведении исследования будем придерживаться структуры, полученной обобщением. Результат представим в *таблице 2*.

Таблица 2

Познавательное УУД	А.Г. Асмолов, Г.Б. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, Н.Г. Салмина, С.В. Молчанов	Н.М. Горленко, О.В. Запятая, В.Б. Лебединцев, Т.Ф. Ушев	М.Н. Климова
Самостоятельное выделение и формулирование	+	-	-

познавательной цели			
Поиск и выделение необходимой информации	+	+ (находить главное в изучаемом явлении или объекте)	+ (умения находить требуемую информацию)
Знаково-символические действия (моделирование)	+	+ (умение схематизировать)	+ (умения создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы)
Умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме	+	+ (кратко оформлять высказывание, связывающее причину и следствие)	+ (умение излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи)
Выбор наиболее эффективных способов решения задач	+	-	-
Рефлексия способов условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности	+	-	+ (самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способы проверки)
Смысловое	+	-	+

чтение			(смысловое чтение)
Определение основной и второстепенной информации	+	+ (умение выделять главное и второстепенное)	+ (умение выделять явление из общего ряда других явлений)
Анализ объектов, с целью выделения признаков	+	+ (умение анализировать)	+ умение выделять признак нескольких предметов и объяснять их сходство
Синтез, восполнение недостающих компонентов	+	-	-
Выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов	+	+ (умение сравнивать)	+ (умение самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации)
Подведение под понятия, выведение следствий	+	-	+ (умение определять понятия)
Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство	+	+ (умение делать выводы)	+ (умение составлять аналогии, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение)

Выдвижение гипотез и их обоснование	+	-	-
Формулирование проблемы и создание способов решения проблем творческого и поискового характера	+	-	-
Умение создавать обобщения	-	-	+

Как видно из *таблицы 2* есть познавательные УУД, которые присутствуют в структуре у всех представленных авторов, а также такие действия, которые содержатся в структуре только у двух или одного автора. Обобщим сказанное и выделим в структуру познавательных УУД действия, которые присутствуют у всех авторов.

Структура познавательных УУД (1):

- Поиск и выделение необходимой информации;
- Знаково-символические действия (моделирование);
- Умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
- Определение основной и второстепенной информации;
- Анализ объектов, с целью выделения признаков;
- Выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов;
- Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство.

В данной работе будем придерживаться **структуры познавательных УУД (1)**, которая содержит общие действия выше представленных структур, а именно:

- Поиск и выделение необходимой информации;
- Знаково-символические действия (моделирование);

- Умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
- Определение основной и второстепенной информации;
- Анализ объектов, с целью выделения признаков;
- Выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов;
- Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство.

1.2. Слова-конструкторы для формирования познавательных универсальных учебных действий

В предыдущем параграфе мы рассмотрели структуру познавательных УУД. Для того чтобы сформулировать задания, направленные на формирование познавательных УУД на языке деятельностного подхода, регламентируемого, удобно иметь слова-конструкторы. Слова-конструкторы – это набор слов, словосочетаний из которых строятся разные выражения. Применительно к нашей теме слова-конструкторы будут лишь инструментом, помогающим составлять задания на формирование познавательных УУД. Для выделения слов-конструкторов проанализируем, систематизируем и обобщим примеры заданий на формирование познавательных УУД в процессе обучения математике разных авторов.

Пример 1. Рассмотрим и выделим задания, направленные на формирование познавательного УУД – «умение схематизировать».

Задача:

На одной ферме 450 коз, а на другой – на 302 козы больше. Сколько коз на двух фермах?

Задание: **Создать** таблицу к задаче.

Подзадания:

1. Прочитать задачу и ответить на вопрос «О чем идет речь в задаче?» (про фермы с козами).

2. **Выделить** количество ферм, о которых говорится в задаче (2 фермы).

3. **Внести данные** о фермах **в таблицу**, считая фермы заголовками строк: 1 ферма, 2 ферма

4. Внести заголовки столбцов в таблицу: Количество коз, Общее количество, 1 ферма, 2 ферма.

6. **Внести данные в таблицу** (примечание: учителю следует обсудить с обучающимися количество данных, в какой строке и в каком столбце они должны находиться).

Данное задание обеспечивает формирование умения схематизировать, в которое входит операция – оформлять графическое изображение. В данном примере в качестве графического изображения рассмотрена таблица. В формулировках подзаданий можно выделить такие слова-конструкторы, как: выделить, внести данные в таблицу.

Пример 2. Познавательное УУД – установление причинно-следственных связей.

Задача:

Пешеходу надо пройти a километров. Он шел 4 часа со скоростью c км/ч. Сколько километров ему еще *осталось пройти*?

Задания для формирования указанного познавательного УУД:

1. Из списка **выберите** слова, которые необходимы для решения задачи: пешеход, километр, a , расстояние, время, скорость, 4 часа, c , шел;
2. **Соедините** стрелками понятия «скорость», «время», «расстояние» со словами из списка, которые необходимы для решения задачи;
3. **Установите** и **опишите** *связь* между скоростью, временем и расстоянием.

Данное задание обеспечивает формирование умения устанавливать причинно-следственные связи. В формулировках заданий можно выделить такие слова-конструкторы, как: выбрать, соединить, установить и описать связь между объектами задачи.

Пример 3. Познавательное УУД – умение сравнивать.

Задача:

Три девицы под окном пряли поздно вечерком. Вторая девица спряла в 2 раза больше пряжи, чем первая, а третья – в 3 раза больше, чем первая. Все вместе они спряли 4 кг 800 г пряжи. Сколько пряжи спряла каждая девица?

Задания:

1. **Выделите** то, что можно сравнить в данной задаче;

2. **Выделите критерий сравнения** наряденной пряжи, используемый в задаче. Может ли в этой задаче быть несколько критериев сравнения наряденной пряжи (если да, то какие?);

3. **Сравните** вес пряжи, которую спряла каждая девица, и **выделите**, какая из девиц спряла больше пряжи;

Данное задание обеспечивает формирование умения сравнивать, в которое входит умение выделять признаки, по которым сравниваются объекты. В формулировках заданий можно выделить такие слова-конструкторы, как: выделить, сравнить.

Пример 4. Познавательное УУД – умение сравнивать.

Предварительно обучающимся представляют несколько изображений, на которых расположены разные объекты и формулируются следующие задания.

Задания:

1. **Внесите в таблицу** существенные признаки представленных объектов (Существенные признаки - это признаки, без которых данный объект существовать не может).
2. **Выделите** и запишите в таблицу **признаки**, по которым можно **сравнить** данные объекты (основания для сравнения).
3. **Найдите и внесите в таблицу** общие признаки данных объектов.

Данное задание обеспечивает формирование умения сравнивать, в которое входит умение выделять признаки, по которым сравниваются объекты, а также формируется умение схематизировать – оформлять графическое изображение в виде таблицы. В формулировках заданий можно выделить такие слова-конструкторы, как: внести в таблицу, выделить, сравнить.

Пример 5. Познавательное УУД – умение устанавливать причинно-следственные связи, закономерности, а также умение осуществлять операции сравнения.

Информационный текст:

1. Километр, гектар, сантиметр, метр.
2. Час, сутки, год, ар, минута, секунда, неделя, радиус.

Задания:

1. В каждом списке **найдите лишнее** слово;
2. Для оставшихся слов **установите** общее. Дайте этому общему название.

Данное задание обеспечивает формирование умения устанавливать причинно-следственные связи, а также умения сравнивать. В формулировках заданий можно выделить такие слова-конструкторы, как: поиск лишнего объекта в ряду, установить общее.

Пример 6. Познавательное УУД – умение классифицировать, сравнивать.

Информационный текст:

Пусть дан ряд чисел: 12, 0, 15, 1, 8, 5, 2, 3, 44.

Задания:

1. **Распределите** их по следующим признакам:
 - однозначные числа
 - двузначные числа
 - натуральные числа в порядке возрастания
 - целые числа
2. В каждом из четырех данных ниже списков **найдите лишнее** слово.
 - Отрезок, прямая, луч, треугольник, фигура, квадрат.
 - Сантиметр, миллиметр, дециметр, длина, метр, километр.
 - Тонна, центнер, масса, грамм, пуд.

3. *Установите*, в каком отношении находится подчеркнутое слово в каждом из списков к заданию 2 с остальными словами из списка?

Данное задание обеспечивает формирование умения классифицировать, а также умения сравнивать. В задания необходимо установить отношение/связи между объектами, что обеспечит формирование такого умения, как схематизация. В формулировках заданий можно выделить такие слова-конструкторы, как: распределить по признакам, поиск лишнего объекта в ряду, установить отношение между частями.

В качестве следующих примеров представим фрагмент таблицы. Авторы данной работы рассматривают конструктор учебных задач, где соотносят примерные формулировки заданий с определенными познавательными УУД. Результаты содержатся в *таблице 3*.

Таблица 3

Конструкторы заданий для формирования познавательных УУД

Познавательные УУД	Примерные формулировки заданий
Поиск и выделение информации	Узнать... Найти... Выбрать один ответ из...
Моделирование, схематизирование	Выразите словами... Представьте в виде... Нарисуйте схему...
Классификация	Перечислите... Соотнесите... Назовите группы... Составьте классификацию...
Сравнение	Определите сходство и различие... Сравните... Рассортируйте...
Речевое высказывание в устной и письменной форме	Обобщите сказанное... Придумайте заголовки... Составьте план... Прочитайте и сделайте выводы... Объясните значение/смысл... Попытайтесь обосновать...
Анализ	Сделайте вывод, рассуждая от частого к общему... Выскажите умозаключение...
Определение основной и второстепенной информации	Вычлените существенную и несущественную информацию...
Установление причинно-следственных связей	Что является причиной... В чем заключается следствие... Как влияет...

Основываясь на содержание представленной таблицы, можно сделать вывод, что для формирования умения искать и выделять информацию можно использовать следующие слова-конструкторы: узнать, найти, выбрать. Для формирования умения моделировать можно использовать слова – выразите, представьте в виде, нарисуйте схему. Все предполагаемые слова-конструкторы для определенного ПУУД представлены во второй колонке таблицы 3. Объединяя все слова-конструкторы, из представленных примеров, получим итоговую таблицу 4.

Таблица 4

Соответствия слов-конструкторов познавательным УУД

Познавательные УУД	Слова – конструкторы
Поиск и выделение необходимой информации	<ol style="list-style-type: none"> 1. Узнать 2. Найти 3. Выбрать один ответ из
Моделирование/схематизирование	<ol style="list-style-type: none"> 1. Выделить 2. Создать 3. Внести данные в таблицу 4. Выразить словами 5. Представить в виде 6. Нарисовать схему
Умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме	<ol style="list-style-type: none"> 1. Обобщите сказанное 2. Придумайте заголовки 3. Составьте план 4. Прочитайте и сделайте выводы 5. Объясните значение/смысл 6. Попробуйте обосновать
Анализ	<ol style="list-style-type: none"> 1. Сделайте вывод, рассуждая от частного к общему 2. Выскажите умозаключение
Выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов	<ol style="list-style-type: none"> 1. Выделить 2. Сравнить 3. Найти лишний объект в ряду 4. Установить общее 5. Распределить по признакам 6. Установить отношение между частями 7. Соотнести 8. Составить классификацию 9. Определить сходство и различие 10. Рассортировать
Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найти лишний объект в ряду 2. Установить общее 3. Выявить причину

	4. Выявить следствие 5. Соединить 6. Установить и описать связь между объектами задачи.
Определение основной и второстепенной информации	1. Вычленить существенную и несущественную информацию

Проанализировав таблицу 4 можно сделать вывод, что для некоторых заданий на формирование познавательных УУД используются одинаковые слова-конструкторы. Именно поэтому слова-конструкторы являются лишь инструментом для формирования познавательных УУД. Поэтому наличие слов-конструкторов в формулировке задания не обеспечивает целостное формирование познавательных УУД.

Подводя итог выше сказанного, отметим, что для каждого познавательного УУД, взятого из структуры (1) параграфа 1.1, существуют определенные слова-конструкторы, с помощью которых можно формулировать задания для формирования познавательных УУД в процессе обучения математике. Данные слова-конструкторы могут быть использованы при формулировке заданий в процессе работы с любой дидактической единицей школьного курса.

1.3. Сюжетная задача как средство формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся

В 1.1. нами была выделена структура познавательных УУД, которые должны формироваться на всех школьных предметах, а в п.1.2. выделены слова-конструкторы для формулировки заданий, направленных на формирование познавательных УУД при изучении математики. Исследуем вопрос о возможности формулировки заданий, направленных на формирование познавательных УУД при работе с конкретной дидактической единицей школьного курса математики.

Выделим дидактическую единицу – сюжетную задачу и исследуем возможность ее использования для формирования этих действий.

При этом, прежде всего, определим сюжетную задачу. Под сюжетной задачей будем понимать определение, данное О.П. Шаровой.

В работе О.П. Шаровой сначала дается определение текстовой задачи, а только потом дается определение сюжетной задачи. *Текстовая задача* – это задача, в которой зависимость между условием и требованием сформулирована словами. Под *сюжетной задачей* понимается такая текстовая задача, в которой идет речь о реальных объектах, процессах, связях, отношениях. Реальные процессы, в свою очередь, представляют собой движение объектов, работу, покупки, сплавы и т.д.

Под *решением сюжетной задачи* понимается такой процесс, который представляет собой поиск необходимой последовательности действия на основе анализа условий и требований сюжетной задачи, направленных на определение результата задачи, а так же выполнений этих действий, получение результата, его анализ и оценку.

В процессе решения сюжетной задачи О.П. Шарова выделяет 4 этапа.

1. Анализ сюжетной задачи.

Данный этап подразумевает выявление математических объектов, с помощью которых описывается ситуация/процесс, установление связей

между разными объектами сюжетной задачи, определение отношений этих объектов заданных условием задачи.

На данном этапе необходимо четко определить условия и требования задачи. Анализ задачи всегда направлен на требования задачи. Одна из трудностей определения условий заключается в том, что каждое условие задачи содержит объект и характеристику объекта. Если в условии один объект, то характеристика будет выражаться некоторым свойством этого объекта, а если объектов несколько, то характеристика этих объектов будет заключаться в отношении этих объектов.

Результатом данного этапа должна являться схематическая запись текста задачи, которая будет отражать условие и требование сюжетной задачи. Схематическая запись может быть представлена в виде таблицы, схемы и т.д.

2. Составление математической модели.

Данный этап заключается в поиске и составлении плана решения сюжетной задачи. Для поиска решения сюжетной задачи можно использовать следующие приемы:

- По модели.

Данный приём заключается в выделении элемента, моделирующего искомое, в определении последовательности операций с другими элементами модели или соответствующей последовательности арифметических действий над данными и неизвестными для получения искомого или для составления уравнения.

- По рассуждениям «от требования к условиям» или «от условий к требованию».

Данный прием осуществляется посредством наводящих вопросов, которые могут быть заданы, как исходя из требования задачи, так и исходя из условий задачи.

- По смысловым частям текста сюжетной задачи.

Суть данного приема заключается в том, чтобы из сюжетной задачи выделить простую задачу, последовательное решение которой приведет к решению данной задачи.

- По перефразировке текста сюжетной задачи.

Данный прием решения сюжетной задачи, заключается в том, чтобы данные исходной задачи заменить другими данными, но при этом все отношения, связи, качественные характеристики должны быть сохранены. Такого результата можно достигнуть путем отбрасывания несущественной, излишней информации, представленной в исходной задаче.

Результатом этого этапа должна являться математическая модель ситуации. Математическая модель может быть представлена в виде формулы, уравнения, системы уравнений, графика и т.д.

3. Осуществление плана решения.

Данный этап заключается в реализации плана решения, интерпретации результата исследования математической модели в заданную ситуацию. Осуществить план решения можно различными методами, например арифметическим, алгебраическим, геометрическим, графическим, логическим методом и т.д. Также данный этап предполагает конечную запись ответа.

4. Поиск других путей решения задачи.

На данном этапе происходит анализ найденного решения, а также поиск других путей решения сюжетной задачи. Данный этап включает в себя проверку всех возможных решений. Проверка должна отвечать на вопрос все ли найденные решения удовлетворяют требованиям задачи.

Сюжетные задачи – это такие задачи, на которых демонстрируется суть моделирования реальных ситуаций. Метод моделирования заключается в том, что «для исследования какого-либо явления или объекта выбирают или строят другой объект, в каком-то отношении подобный исследуемому объекту. Построенный или выбранный объект изучается, и с его помощью

решают исследовательские задачи, а затем результаты решения этих задач переносят на первоначальное явление или объект».

Можно сделать вывод, что моделирование включает в себя: построение модели, исследование модели, анализ полученных результатов и перенос их на объект изучения.

Исходя из представленных этапов решения сюжетной задачи, можно составить следующую схему решения сюжетной задачи:

Приведенная схема дает общее представление о процессе решения сюжетных задач как о сложном и многоплановом процессе.

Для достижения поставленной в работе цели рассмотрим соответствие деятельности обучающихся на этапах решения задач с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий, выделенных в п.1. Результат представим в схеме 2.

Результат схемы 2 показывает, что на всех этапах решения сюжетных задач формируются компоненты познавательных УУД. Некоторым познавательным УУД соответствует несколько этапов решения задач.

Таким образом, можно сделать вывод, что при решении сюжетных задач на этапе анализа задачи формируются такие познавательные УУД, как поиск и выделение необходимой информации, знаково-символические действия, определение основной и второстепенной информации и осуществляется анализ объектов. На этапе создания математической модели будут формироваться такие познавательные УУД, как знаково-символические действия и установление причинно-следственных связей, построение логической цепочки рассуждений. На этапе осуществления плана решения формируется умение структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме. На последнем этапе решения сюжетных задач формируется умение выбирать основания для сравнения и для классификации объектов.

Выводы по главе I

1. Формирование познавательных УУД является важным результатом современного образования школьников. В качестве структуры познавательных УУД может быть принята следующая: поиск и выделение необходимой информации; знаково-символические действия (моделирование); умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме; определение основной и второстепенной информации; анализ объектов, с целью выделения признаков; выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов; установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство.

2. В процессе обучения математике для формулирования заданий, направленных на формирование познавательных УУД, могут быть использованы слова-конструкторы.

- Узнать, найти, выбрать один ответ из... – для поиска и выделения необходимой информации;
- Выделить, внести данные в таблицу, выразить словами, представить в виде, нарисовать схему – для моделирования/схематизирования;
- Обобщите сказанное, придумайте заголовки, составьте план, прочитайте и сделайте выводы, объясните значение/смысл, попытайтесь обосновать – для формирования умения структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
- Сделайте вывод, рассуждая от частного к общему, выскажите умозаключение – для анализа объектов;
- Выделить, сравнить, найти лишний объект в ряду, установить общее, распределить по признакам – для выбора оснований и критериев для сравнения, классификации объектов;

- Выявить причину, соединить, установить и описать связь между объектами задачи – для установления причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательства.

3. Сюжетные задачи могут способствовать формированию познавательных УУД при следующем соответствии этапов решения и элементов структуры УУД:

Сюжетные задачи могут способствовать формированию познавательных УУД при следующем соответствии этапов решения и элементов структуры УУД,

этап анализа задачи – поиск и выделение необходимой информации, знаково-символические действия, определение основной и второстепенной информации и осуществляется анализ объектов,

этап создания математической модели – знаково-символические действия и установление причинно-следственных связей, построение логической цепочки рассуждений,

этап осуществления плана решения – умение структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме,

этап поиска других решений сюжетной задачи – умение выбирать основания для сравнения и для классификации объектов.

Глава II. Методические аспекты формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе решения сюжетных задач

2.1. Конструктор составления заданий, направленных на формирование познавательных УУД для разных этапов решения сюжетной задачи

В параграфе 1.1 нами была выделена структура познавательных УУД и компоненты этой структуры были соотнесены с этапами решения сюжетной задачи в параграфе 1.3. В параграфе 1.2 нами были выделены слова-конструкторы для формулирования заданий, направленных на формирование познавательных УУД. Обобщим и конкретизируем полученные результаты и представим их в виде конструктора составления заданий, направленных на формирование познавательных УУД для разных этапов решения сюжетной задачи.

При этом отметим, что под конструктором составления заданий будем понимать сводную таблицу, объединяющую этапы решения сюжетной задачи, познавательные УУД и слова-конструкторы (таблица 5).

Таблица 5

Конструктор составления заданий, направленных на формирование познавательных УУД на разных этапах решения сюжетной задачи

Этапы решения сюжетной задачи	Познавательные УУД	Слова-конструкторы
Анализ задачи	поиск и выделение необходимой информации	Узнать, найти, выбрать один ответ из
	знаково-символические действия	Создать, выделить, внести данные в таблицу, выразить словами, представить в виде..., нарисовать схему
	определение основной и второстепенной информации	Вычленить существенную и несущественную информацию
	анализ объектов	Сделать вывод, рассуждая от частного к общему, высказать умозаключение
Математическая	знаково-символические	Выделить, внести данные в

модель	действия	таблицу, выразить словами, представить в виде..., нарисовать схему
	установление причинно-следственных связей, построение логической цепочки рассуждений	Выявить причину, соединить, установить и описать связь между объектами задачи
Осуществления плана решения	умение структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме	Обобщить сказанное, придумать заголовки, составить план, прочитать и сделать выводы, объяснить значение/смысл, попытаться обосновать
Поиска других решений сюжетной задачи	умение выбирать основания для сравнения и для классификации объектов	Выделить, сравнить, найти лишний объект в ряду, установить общее, распределить по признакам, установить отношение между частями, соотнести, составить классификацию, определить сходство и различие, рассортировать

Данная таблица представляет собой конструктор для создания учебных заданий на формирование познавательных УУД, выделенных в параграфе 1.1, на всех этапах решения сюжетной задачи, выделенных в параграфе 1.3. На основе данного конструктора обучающий может создать комплекс заданий, который способствует последовательному формированию познавательных УУД.

Для расширения таблицы 5 предложим собственные слов-конструкторы, которые также могут служить средством для формирования познавательных УУД. Результаты представим в таблице 6.

Таблица 6

Соответствия слов-конструкторов познавательным УУД

Познавательные УУД	Слова – конструкторы
Поиск и выделение необходимой информации	1. Вычленить 2. Отобрать 3. Указать
Моделирование/схематизирование	1. Разделить объект на части 2. Расположить части в определенной последовательности 3. Определить связи между частями

	<ul style="list-style-type: none"> 4. Оформить графическое изображение 5. Представить информацию, используя систему обозначений
Умение структурировать знания, осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме	<ul style="list-style-type: none"> 1. Выписать объекты в определенном порядке 2. Сформулировать текст задачи, используя модель 3. Составить словарь, используемых терминов 4. Оформите высказывание, связывающее причину и следствие.
Анализ	<ul style="list-style-type: none"> 1. Разделить объект на части 2. Расположить части в определенной последовательности 3. Охарактеризовать части этого объекта 4. Проанализировать 5. Рассмотреть
Выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов	<ul style="list-style-type: none"> 1. Сравнить объекты по ... признакам 2. Добавьте признаки, по которым можно сравнить два объекта 3. Проклассифицировать по ... основанию 4. Выберите основание классификации из списка...
Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство.	<ul style="list-style-type: none"> 1. Составить план доказательства 2. Выписать шаги решения задачи 3. Построить последовательный план решения задачи
Определение основной и второстепенной информации	<ul style="list-style-type: none"> 1. Определить основную мысль текста 2. Установить о каких объектах идет речь в задаче 3. Выделить условие и требование в задаче

Конструктор, представленный в таблице 6 уместно использовать при наличии формулировки сюжетной задачи. Затем возможны два различных алгоритма применения конструктора составления заданий для формирования познавательных УУД. Рассмотрим каждый алгоритм.

Первый алгоритм заключается в том, чтобы использовать, конструктор составления заданий, опираясь на этапы решения сюжетной задачи, приведенные в первом столбце таблицы 5, то есть первостепенно выбирается этап решения сюжетной задачи. Далее, из второго столбца таблицы 5, выбирается познавательное УУД соответствующее выбранному этапу

решения сюжетной задачи. После, из третьего столбца таблицы 5, подбираются соответствующие слова-конструкторы, и осуществляется составление заданий для формирования выбранного познавательного УУД. Данный алгоритм уместно применять при изучении сюжетных задач в школьном курсе математики.

Второй алгоритм заключается в том, чтобы использовать, конструктор составления заданий, опираясь на познавательные УУД, то есть первостепенно выбирается конкретное познавательное УУД. Далее, из первого столбца таблицы 5, выбирается этап решения сюжетной задачи соответствующий выбранному познавательному УУД. После, из третьего столбца таблицы 5, подбираются соответствующие слова-конструкторы, и осуществляется составление заданий для формирования выбранного познавательного УУД. Данный алгоритм уместно применять после диагностирования сформированности познавательных УУД у обучающихся. Если результаты диагностирования выявят отсутствие сформированности определенного познавательного УУД, то с помощью данного конструктора можно устранить существующие пробелы у обучающихся, посредством второго алгоритма.

Однако хотелось бы отметить, что составление заданий, с помощью данного конструктора, не приведет к формированию познавательных УУД, если первостепенно выбирать определенное слово-конструктор. Так как наличие слов-конструкторов в формулировке заданий не обеспечивает целостное формирование познавательных УУД.

При составлении заданий, с помощью данного конструктора, необходимо учитывать, что эффективное и гарантированное формирование познавательных УУД (как и УУД других групп, согласно А.Г. Асмолову и др.) основывается на использовании теоретических основ развивающего обучения (работы Х.Ж. Ганеева для математического образования). Поэтому прежде, чем формулировать сконструированные задания обучающимся,

необходимо убедиться в том, что они понимают и умеют выполнять действия, сформулированные в задании. Иллюстрируя сказанное для некоторых слов-конструкторов, представленных в таблице 5, опишем аннотированную пропедевтику.

Слово-конструктор «обобщить сказанное» может быть употреблено при составлении заданий для формирования умения структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме. Данное умение имеет следующий пооперационный состав ():

- Умение визуализировать информацию (составлять схемы, графики, диаграммы);
- Умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений;
- Умение устанавливать связи между объектами;
- Умение читать графики, диаграммы, схемы;
- Умение достраивать недостающие элементы совокупности.

Для того чтобы обучающийся смог выполнить задание на обобщение, у него должны быть сформированы следующие умения:

- Умение проводить описание, характеристику объекта;
- Умение выделять существенные и несущественные признаки объекта;
- Умение объединять объекты по какому-либо признаку;
- Умение абстрагироваться от несущественных признаков, подводя понятие, предмет под общую категорию.

Процесс формирования обобщения проходит в несколько этапов:

1. Последовательное выделение отдельных признаков (свойств) различных объектов, определение отличий друг от друга;
2. Отбор признаков (свойств) общих для всех объектов;

3. Формулировка понятия (правила) в форме перечня общих качеств тех объектов, которые входят в объем соответствующего понятия (правила).

Следующее слово-конструктор «представить информацию в виде...» может быть употреблено при составлении заданий для формирования знаково-символических действий (моделирования/схематизирования). Данное умение, согласно имеет следующий пооперационный состав:

- Умение разделять объект на части;
- Умение располагать части в определенной последовательности;
- Умение определять связи между частями;
- Умение оформлять графическое изображение.

Задания, с использованием данного слова-конструктора, могут подразумевать как перевод текстовой информации в математическую модель (уравнение, неравенство, таблица, схема и т.д.), так и перевод из математической модели в текстовую информацию.

Для того чтобы обучающийся смог представить информацию в виде математической модели или текста, у него должны быть сформированы следующие умения:

- Умение устанавливать связи между объектами;
- Умение характеризовать части объекта;
- Умение читать графики, диаграммы, схемы, таблицы;
- Умение пользоваться системами обозначений.

Следующее слово-конструктор «сравнить» может быть употреблено при составлении заданий для формирования умения выбирать основания для сравнения и для классификации объектов.

Для того чтобы обучающийся смог осуществить действия сравнения, у него должны быть сформированы следующие умения:

- Умение выделять признаки, по которым сравниваются объекты;
- Умение выделять признаки сходства;

- Умение выделять признаки различия;
- Умение выделять главное и второстепенное в изучаемом объекте;
- Умение выделять существенные признаки объекта.

Таким образом, для того, чтобы сформулированные задания с помощью данного конструктора формировали познавательные УУД на разных этапах решения сюжетных задач, необходимо выполнять следующие действия:

1. Сформулировать сюжетную задачу;
2. Выбрать познавательное УУД, которое необходимо сформировать;
3. Подобрать соответствующие слова-конструкторы;
4. Сформулировать задания, используя слова-конструкторы, направленные на формирование познавательных УУД.

2.2 Комплекс заданий, направленных на формирование познавательных УУД на разных этапах решения сюжетной задачи

В параграфе 2.1 нами был выделен конструктор составления заданий, направленных на формирование познавательных УУД для разных этапов решения сюжетной задачи, посредством слов-конструкторов. Также в параграфе 2.1 был выделен алгоритм использования данного конструктора.

Для реализации данного алгоритма на конкретных примерах рассмотрим задания для формирования познавательных УУД на разных этапах решения или работы над сюжетной задачей.

Пример 1.

Формулировка задачи: Екатеринбург – столица Урала, город, в который ежегодно приезжает более 2 млн туристов. Бизнесмен Олег, коренной житель Челябинска, не исключение. Он часто навещает своего друга Игоря, коренного жителя Екатеринбурга. Расстояние между Екатеринбургом и Челябинском, составляет 250 км. Олег решил поехать в Екатеринбург на автомобиле «BMW», а Игорь решил поехать в Челябинск на мотоцикле «YAMAHA». Автомобилист Олег выехал из Челябинска на автомобиле «BMW» со скоростью – 50 км/ч, а через два часа, навстречу Олегу, выехал Игорь из Екатеринбурга со скоростью мотоцикла «YAMAHA» – 70 км/ч. На каком расстоянии от Челябинска Игорь и Олег встретятся?

Этап: Анализ задачи.

Познавательное УУД: поиск и выделение необходимой информации.

Задания:

1. Найти все объекты, о которых идет речь в задаче (*Екатеринбург, Челябинск, Олег, Игорь, расстояние между Екатеринбургом и Челябинском, скорость автомобиля и мотоцикла, направление автомобиля и мотоцикла, время выезда мотоцикла, расстояние от Челябинска на момент встречи*).
2. Узнать из формулировки задачи всю информацию об объектах, выделенных в задании 1.

- Екатеринбург – столица Урала, город, в который ежегодно приезжает более 2 млн туристов;
- Челябинск – место проживания Игоря;
- Олег – бизнесмен, коренной житель Челябинска, друг Игоря, ездит на автомобиле «BMW»;
- Игорь – друг Олега, коренной житель Екатеринбурга, ездит на мотоцикле «YAMAHA»;
- Расстояние между Екатеринбургом и Челябинском – составляет 240 км;
- Скорость автомобиля – 50 км/ч;
- Скорость мотоцикла – 70 км/ч;
- Направление автомобиля – в Екатеринбург;
- Направление мотоцикла – в Челябинск;
- Время выезда мотоцикла – спустя 3 часа, после выезда автомобиля;
- Расстояние от Челябинска на момент встречи автомобиля и мотоцикла – ?

3. Выбрать из приведенных объектов в задании 2, объект, который является требованием в задаче (*расстояние от Челябинска на момент встречи автомобиля и мотоцикла*).

Познавательное УУД: определение основной и второстепенной информации.

Задания:

1. Вычленить существенную информацию (объекты) в задаче, пользуясь определением существенной информации (*расстояние между Екатеринбургом и Челябинском, скорость автомобиля, направление автомобиля и мотоцикла, время выезда мотоцикла, скорость мотоцикла, расстояние от Челябинска на момент встречи автомобиля и мотоцикла*).

Опр. 1. Существенная информация – это условие и требование сюжетной задачи.

2. Сформулировать задачу 1, включая только существенную информацию из задания 1.

Задача 1. Расстояние между Екатеринбург и Челябинском составляет 250 км. Из Челябинска в Екатеринбург выехал автомобиль со скоростью 50 км/ч, а спустя два часа после этого навстречу ему выехал из Екатеринбурга мотоцикл со скоростью 70 км/ч. На каком расстоянии от Челябинска встретятся автомобиль и мотоцикл?

Познавательное УУД: знаково-символические действия.

Задания:

1. Выделить объекты, о которых идет речь в задаче 1 (автомобиль, мотоцикл).
2. Внести данные в таблицу, считая автомобиль и мотоцикл заголовками строк.

Автомобиль			
Мотоцикл			

3. Выделить объекты, которые будут являться заголовками столбцов (скорость, время, расстояние). Указать (ввести) для выделенных объектов обозначения.

4. Внести заголовки столбцов в таблицу.

	Скорость	Время	Расстояние
Автомобиль			
Мотоцикл			

5. Внести данные в таблицу.

	Скорость	Время	Расстояние
Автомобиль	50	$\frac{x}{50}$	x

Мотоцикл	70	$\frac{250 - x}{70}$	$250 - x$
----------	----	----------------------	-----------

Познавательное УУД: анализ объектов.

Задания:

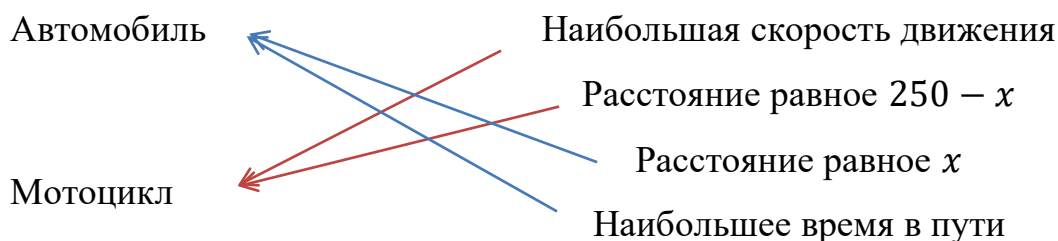
1. Ответить на вопрос: «Какому множеству чисел может принадлежать число x ?» (*множеству натуральных, целых и действительных чисел*).
2. Посмотреть характеристики такой физической величины, как расстояние и выбрать лишние характеристики (*расстояние равно отрицательному числу, расстояние равно 0, расстояние равно иррациональному числу*):
 - Расстояние равно положительному числу;
 - Расстояние равно отрицательному числу;
 - Расстояние равно целому числу;
 - Расстояние равно дробному числу;
 - Расстояние равно 0;
 - Расстояние равно иррациональному числу.
3. Высказать умозаключение о принадлежности к числовым множествам числа x , которое является расстоянием (*x может принадлежать множеству натуральных чисел; x может принадлежать множеству целых чисел, за исключением отрицательных чисел и 0; x может принадлежать множеству действительных чисел, за исключением отрицательных, иррациональных чисел и 0*).

Этап: математическая модель.

Познавательное УУД: установление причинно-следственных связей, построение логической цепочки рассуждений.

Задания:

1. Соединить стрелками связи между следующими объектами, используя задачу 1:



2. Описать связь между временем, которое потратил автомобиль ($\frac{x}{50}$ часа), мотоцикл ($\frac{250-x}{70}$ часа) и разницей времени выезда автомобиля и мотоцикла (2 часа), с помощью неравенства.

$$\frac{x}{50} > \frac{250 - x}{70} \text{ на 2 часа}$$

Познавательное УУД: знаково-символические действия.

Задание:

1. Представьте отношение между объектами задачи в виде уравнения, с помощью следующей системы обозначения:

Отношение: «Разность между временем, затраченным автомобилем и временем, затраченным мотоциклом равняется двум часам»

Система обозначений

Разность	–
Равно	=
Время, затраченное автомобилем	$\frac{x}{50}$
Время, затраченное мотоциклом	$\frac{250 - x}{70}$

$$\frac{x}{50} - \frac{250 - x}{70} = 2$$

Этап: осуществление плана решения.

Познавательное УУД: умение структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме.

Задания:

1. Решить уравнение

$$\frac{x}{50} - \frac{250 - x}{70} = 2$$

и сделать вывод о расстоянии от Челябинска на момент встречи автомобиля и мотоцикла (*на расстоянии 162,5 км от Челябинска встретились автомобиль и мотоцикл*).

$$\frac{x}{50} - \frac{250 - x}{70} = 2$$

$$\frac{70x - 50(250 - x)}{3500} = 2$$

$$\frac{70x - 12500 + 50x}{3500} = 2$$

$$\frac{120x - 12500}{3500} = 2$$

$$120x - 12500 = 7000$$

$$120x = 7000 + 12500$$

$$120x = 19500$$

$$x = 162,5$$

Этап: поиск других решений сюжетной задачи.

Познавательное УУД: умение выбирать основания для сравнения и для классификации объектов.

Задания:

1. Посмотреть второе решение сюжетной задачи 1 и сравнить с первым решением по следующим критериям, результат сравнения представить в виде таблицы:

- По количеству проделанных шагов;
- По количеству используемых математических операций;
- По необходимости составления математической модели в виде таблицы;
- По использованию переменной x .

Решение 2:

- 1) $50 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2 \text{ часа} = 100 \text{ км}$ – автомобиль проехал за первые два часа.
- 2) $250 \text{ км} - 100 \text{ км} = 150 \text{ км}$ – расстояние, которое осталось проехать автомобилю до Екатеринбурга.
- 3) $50 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 70 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 120 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ – скорость сближения автомобиля и мотоцикла
- 4) $150 \text{ км} : 120 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 1,25 \text{ ч}$ – время, через которое встретятся автомобиль и мотоцикл после выезда мотоцикла.
- 5) $2 \text{ ч} + 1,25 \text{ ч} = 3,25 \text{ ч}$ – время, которое находился в пути автомобиль до встречи с мотоциклом.
- 6) $50 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 3,25 \text{ ч} = 162,5 \text{ км}$ – расстояние от Челябинска, которое проехал автомобиль до момента встречи с мотоциклом.

Сравнительный анализ двух решение

Критерии	Решение 1	Решение 2
По количеству проделанных шагов	7 шагов	6 шагов
По количеству используемых математических операций	4 операции: сложение, вычитание, умножение, деление	4 операции: сложение, вычитание, умножение, деление
По необходимости составления математической модели в виде таблицы	Необходима математическая модель	Математическая модель необязательна
По использованию переменной x	Используется переменная x	Не используется переменная x

2. Определите различия двух решений, используя сравнительный анализ (*различия в необходимости математической модели, в использовании переменной x , в количестве проделанных шагов*).

Пример 2.

Формулировка задачи: В небольшом поселке Мартюш живет бабушка Паши – Антонина. Антонина, в летнее время года, красит забор около своего дома один раз в 2 года. У Антонины 3 внука – Игорь, Паша и Семен. Этим летом она попросила внуков покрасить забор, так как собирается уехать в санаторий «Маян». Паша в одиночку может покрасить забор на 5 часов

быстрее Игоря. Но если Паша будет работать с Игорем, то вместе они выполнят работу за 6 часов. За сколько часов Паша покрасит забор в одиночку?

Этап: Анализ задачи

Познавательное УУД: поиск и выделение необходимой информации.

Задания:

1. Найти все объекты, о которых идет речь в задаче (*Мартюш, Антонина, Паша, Игорь, время покраски забора, потраченное Пашей, Игорем*).
2. Узнать из формулировки задачи всю информацию об объектах, выделенных в задании 1.
 - Мартюш – небольшой поселок, место проживания Антонины;
 - Антонина – жительница поселка Мартюш, красит забор летом один раз в 2 года, бабушка Паши, Игоря и Семена, этим летом попросила внуков покрасить забор, этим летом уезжает в санаторий «Маян»;
 - Паша – внук Антонины, красит забор на 5 часов быстрее Игоря, красит забор с Игорем за 6 часов;
 - Игорь – внук Антонины, красит забор с Пашей за 6 часов;
 - Время покраски забора, потраченное Пашей – ?
3. Выбрать из приведенных объектов в задании 2, объект, который является требованием в задаче (*время покраски забора, потраченное Пашей*).

Познавательное УУД: определение основной и второстепенной информации.

Задания:

1. Вычленить существенную информацию (объекты) в задаче, пользуясь определением существенной информации (*Паша, Игорь, время покраски забора, потраченное Пашей, Игорем*).

Опр. 1. Существенная информация – это условие и требование сюжетной задачи.

2. Сформулировать задачу 1, включая только существенную информацию из задания 1.

Задача 1. Паша красит забор на 5 часов быстрее Игоря. Оба вместе они выполняют работу за 6 часов. За сколько часов Паша покрасит забор в одиночку?

Познавательное УУД: знаково-символические действия.

Задания:

1. Выделить объекты, о которых идет речь в задаче 1 (*Паша, Игорь, совместное время*).
2. Внести данные в таблицу, считая Паша, Игорь и совместное время заголовками строк.

Паша			
Игорь			
Совместное время			

3. Выделить объекты, которые будут являться заголовками столбцов (*Работа, время, производительность*).

4. Внести заголовки столбцов в таблицу.

	Работа	Время	Производительность
Паша			
Игорь			
Совместное время			

5. Внести данные, считая, что выполняемая работа мальчиками по покраске забора, равна 1.

	Работа	Время	Производительность
--	--------	-------	--------------------

Паша	1	x	$\frac{1}{x}$
Игорь	1	$x + 5$	$\frac{1}{x + 5}$
Совместное время	1	6	$\frac{1}{5} + \frac{1}{x + 5}$

Познавательное УУД: анализ объектов.

Задания:

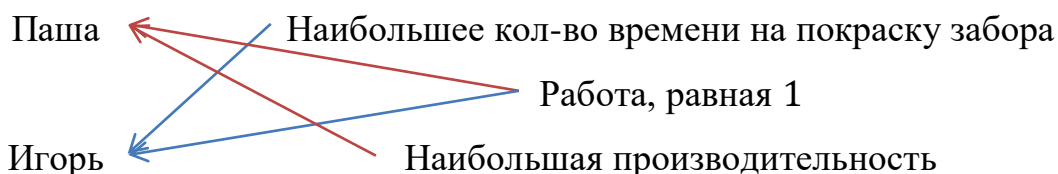
1. Ответить на вопрос: «Какому множеству чисел может принадлежать число x ?» (*множеству натуральных, целых и действительных чисел*).
2. Посмотреть характеристики такой физической величины, как время и выбрать лишние характеристики (*время равно отрицательному числу, время равно 0, время равно иррациональному числу*):
 - Время равно положительному числу;
 - Время равно отрицательному числу;
 - Время равно целому числу;
 - Время равно дробному числу;
 - Время равно 0;
 - Время равно иррациональному числу.
3. Высказать умозаключение о принадлежности к числовым множествам числа x , которое является временем (*x может принадлежать множеству натуральных чисел; x может принадлежать множеству целых чисел, за исключением отрицательных чисел и 0; x может принадлежать множеству действительных чисел, за исключением отрицательных, иррациональных чисел и 0*).

Этап: математическая модель.

Познавательное УУД: установление причинно-следственных связей, построение логической цепочки рассуждений.

Задания:

1. Соединить стрелками связи между следующими объектами, используя задачу 1:



2. Построить последовательный план решения задачи, используя следующие шаги:
 - Записать ответ;
 - Составить уравнение;
 - Найти время, потраченное Игорем на покраску забора;
 - Решить уравнение относительно неизвестной x – время, потраченное Пашей на покраску забора.

Составить уравнение → решить уравнение относительно x → найти время, потраченное Игорем на покраску забора → записать ответ.

Познавательное УУД: знаково-символические действия.

Задание:

1. Представьте отношение между объектами задачи в виде уравнения, с помощью следующей системы обозначения:

Отношение: «Сумма производительности Игоря и Паши равняется совместной производительности»

Система обозначений

Сумма	+
Равно	=
Производительность Игоря	$\frac{1}{x+5}$
Производительность Паши	$\frac{1}{x}$
Совместная производительность	$\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{x+5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

Этап: осуществление плана решения.

Познавательное УУД: умение структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме.

Задания:

1. Решить уравнение

$$\frac{1}{x+5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

и сделать вывод о полученных значениях переменной x .

(переменная x может принимать значение -3 и 10).

$$\frac{1}{x+5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{x + (x+5)}{(x+5) \cdot x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{x + x + 5}{(x+5) \cdot x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2x + 5}{(x+5) \cdot x} = \frac{1}{6}$$

$$6 \cdot (2x + 5) = 1 \cdot x \cdot (x + 5)$$

$$12x + 30 = x^2 + 5x$$

$$-x^2 - 5x + 12x + 30 = 0$$

$$-x^2 + 7x + 30 = 0$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot (-30) = 169$$

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{169}}{2} = \frac{7 + 13}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{169}}{2} = \frac{7 - 13}{2} = -3$$

2. Объясните, какой из корней уравнения удовлетворяет условию задачи, а какой нет ($x_1 = -3$ не удовлетворяет условию задачи, так как x_1 является отрицательным числом, что противоречит тому, что x может принадлежать множеству целых чисел, за

исключением отрицательных чисел, $x_2 = 10$ удовлетворяет условию задачи).

Этап: поиск других решений сюжетной задачи.

Познавательное УУД: умение выбирать основания для сравнения и для классификации объектов.

Задания:

1. Посмотреть второе решение сюжетной задачи 1 и сравнить с первым решением по следующим критериям, результат сравнения представить в виде таблицы:

- По количеству проделанных шагов;
- По количеству используемых математических операций;
- По необходимости составления математической модели в виде таблицы;
- По правильности решение задачи;
- По использованию переменной x .

Второе решение:

Пусть x – это время, затраченное Пашей на покраску забора. Тогда $x+5$ – время затраченное Игорем на покраску забора. Зная, что совместно ребята покрасят забор за 6 часов, составим уравнение.

$$x + (x + 5) = 6$$

$$2x + 5 = 6$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

Сравнительный анализ двух решений

Критерии	Решение 1	Решение 2
По количеству проделанных шагов	11 шагов	3 шага
По количеству используемых математических операций	4 операции: сложение, вычитание, умножение, деление	4 операции: сложение, вычитание, умножение, деление
По необходимости составления	Необходима математическая модель	Математическая модель необязательна

математической модели в виде таблицы		
По правильности решения задачи	Правильное решение	Неправильное решение
По использованию переменной x	Используется переменная x	Используется переменная x

Пример 3.

Формулировка задачи: Коренной житель Санкт-Петербурга и по совместительству водитель катера «Магнат» Андрей, раз в неделю совершает круиз из родного города в Самару. Ранним утром из северной столицы России Санкт-Петербурга в солнечный город Самара, расположенный ниже по течению реки, отправился деревянный плот «Самурай». Одновременно навстречу ему из Самары вышел катер «Магнат». Во второй половине дня произошла встреча катера и теплохода. Когда катер «Магнат» встретил плот «Самурай», то сразу поплыл назад. Какую часть пути от Санкт-Петербурга до Самары пройдет плот к моменту возвращения катера в Самару, если скорость «Магната» в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Этап: Анализ задачи.

Познавательное УУД: поиск и выделение необходимой информации.

Задания:

1. Найти все объекты, о которых идет речь в задаче (*Андрей, Санкт-Петербург, Самара, плот, катер, время встречи, скорость катера в стоячей воде, скорость течения реки, расстояние между городами к моменту возвращения катера*).
2. Узнать из формулировки задачи всю информацию об объектах, выделенных в задании 1.
 - Андрей – коренной житель Санкт-Петербурга, водитель катера «Магнат», совершает круиз раз в неделю;
 - Санкт-Петербург – северная столица России, пункт выезда теплохода;
 - Самара – солнечный город, пункт выезда катера;

- Плот – наименование «Самурай», деревянный;
 - Катер – наименование «Магнат», прогулочный;
 - Время встречи – вторая половина дня;
 - Скорость катера в стоячей воде – вчетверо больше скорости течения реки;
 - Скорость течения реки – вчетверо меньше скорости течения реки;
 - Расстояние, пройденное плотом к моменту возвращения катера – ?;
3. Выбрать из приведенных объектов в задании 2, объект, который является требованием в задаче (*расстояние, пройденное плотом к моменту возвращения катера*).

Познавательное УУД: определение основной и второстепенной информации.

Задания:

1. Вычленив второстепенную информацию об объектах в задаче, пользуясь определением второстепенной информации (*Андрей, северная столица России, солнечный город, наименование плота и катера, тип плота и катера, время встречи*).

Опр. 1. Второстепенная информация – это детали, пояснений, описание свойств объектов в тексте, комментарии и т.д. Второстепенная информация не относится к главной мысли текста.

2. Сформулировать задачу 1, не включая второстепенную информацию из задания 1.

Задача 1. Из Санкт-Петербурга в Самару отправился плот. Одновременно навстречу ему из Самары вышел катер. Катер встретил теплоход и сразу поплыл назад. Какую часть пути от Санкт-Петербурга до Самары пройдет плот к моменту возвращения катера в

Самару, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Познавательное УУД: знаково-символические действия.

Задания:

1. Выделить объекты, о которых идет речь в задаче 1 (плот, катер).
2. Внести данные в таблицу, считая плот и катер заголовками строк.

Катер		
Плот		

3. Выделить объекты, которые будут являться заголовками столбцов (скорость по течению, скорость против течения, расстояние до встречи, расстояние после встречи, суммарное/итоговое расстояние). Указать (ввести) для выделенных объектов обозначения.

4. Внести заголовки столбцов в таблицу.

	Скорость		Расстояние		
	$v_{\text{по течению}}$	$v_{\text{против течения}}$	До встречи	После встречи	Итого
Катер					
Плот					

5. Внести данные в таблицу, считая, что скорость течения реки = скорости плота = x (скорость катера высчитывать по формуле:

$$v_k = v_{\text{катера в стоячей воде}} - v_{\text{течения реки}}).$$

	Скорость		Расстояние		
	$v_{\text{по течению}}$	$v_{\text{против течения}}$	До встречи	После встречи	Итого
Катер	$5x$ км/ч	$3x$ км/ч	$3S$ км	$3S$ км	$6S$
Плот	—	—	S км	$\frac{3S}{5}$ км	$\frac{8S}{5}$

Познавательное УУД: анализ объектов.

Задания:

1. Ответить на вопрос: «Какому множеству чисел может принадлежать число x ?» (множеству натуральных, целых и действительных чисел).
2. Посмотреть характеристики такой физической величины, как скорость и выбрать лишние характеристики (*скорость равная отрицательному числу, скорость равная 0, скорость равная иррациональному числу*):
 - Скорость равная положительному числу;
 - Скорость равная отрицательному числу;
 - Скорость равная целому числу;
 - Скорость равная дробному числу;
 - Скорость равная 0;
 - Скорость равная иррациональному числу.
3. Высказать умозаключение о принадлежности к числовым множествам числа x , которое является расстоянием (*x может принадлежать множеству натуральных чисел; x может принадлежать множеству целых чисел, за исключением отрицательных чисел и 0; x может принадлежать множеству действительных чисел, за исключением отрицательных, иррациональных чисел и 0*).

Этап: математическая модель.

Познавательное УУД: установление причинно-следственных связей, построение логической цепочки рассуждений.

Задания:

1. Соединить стрелками связи между следующими объектами, используя задачу 1:



Плот ← Скорость против течения в 3 раза меньше
 Пройденное расстояние равно $6S$

2. Построить последовательный план решения задачи, используя следующие шаги:

- Записать ответ;
- Найти отношение;
- Найти весь путь от Санкт-Петербурга до Самары;
- Составить отношение пройденного пути ко всему пути;

Найти весь путь от Санкт-Петербурга до Самары → составить отношение пройденного пути ко всему пути → Найти отношение → записать ответ.

Познавательное УУД: знаково-символические действия.

Задание:

1. Представьте связь между объектами задачи в виде уравнения, с помощью следующей системы обозначения:

Связь: «Отношение пройденного плотом пути ко всему пути»

Система обозначений

Отношение	:
Пройденный плотом путь	$\frac{8S}{5}$
Весь путь	$4S$

Этап: осуществление плана решения.

Познавательное УУД: умение структурировать знания, строить речевое высказывание в устной и письменной форме.

Задания:

1. Найти отношение

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S}$$

и сделать вывод о полученном отношении. ($\frac{2}{5}$ – часть пути, которую прошел плот к моменту возвращения катера).

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{8S}{5} \cdot \frac{1}{4S} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Этап: поиск других решений сюжетной задачи.

Познавательное УУД: умение выбирать основания для сравнения и для классификации объектов.

Задания:

2. Посмотреть второе решение сюжетной задачи 1 и сравнить с первым решением по следующим критериям, результат сравнения представить в виде таблицы:

- По количеству проделанных шагов;
- По количеству используемых математических операций;
- По необходимости составления математической модели в виде таблицы;
- По правильности решение задачи;
- По использованию переменной x .

Второе решение:

Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$, где AB – это расстояние между городами. За это время плот проплыл расстояние, равное $x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$, а катер – $\frac{3AB}{4}$.

Обратный путь катер пройдет за $\frac{\frac{AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное $x \cdot \frac{3AB}{20} = \frac{3AB}{20}$, а всего он проплывет $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5}$. Таким образом, $\frac{2}{5}$ – часть пути, которую прошел плот к моменту возвращения катера.

Сравнительный анализ двух решений

Критерии	Решение 1	Решение 2
----------	-----------	-----------

По количеству проделанных шагов	2 шага	3 шага
По количеству используемых математических операций	2 операции: умножение, деление	3 операции: сложение, умножение, деление
По необходимости составления математической модели в виде таблицы	Необходима математическая модель	Математическая модель необязательна
По правильности решения задачи	Правильное решение	Правильное решение
По использованию переменной x	Используется переменная x	Используется переменная x

Заключение

Проанализировав нормативные документы и методическую литературу по данной теме, нами были рассмотрены определения понятия «познавательные УУД» и структура познавательных УУД разных авторов. Вследствие чего была выделена обобщающая структура познавательных УУД.

На основе выделенной структуры познавательных УУД, с помощью анализа, систематизации и обобщения примеров заданий на формирование познавательных УУД нами были выделены специальные слова-конструкторы для формулировки заданий, направленных на формирование познавательных УУД.

Также на основе структуры познавательных УУД нами была рассмотрена такая дидактическая единица, как сюжетная и задача, с целью исследования возможности ее использования для формирования познавательных УУД. В ходе работы было рассмотрено 4 этапа решения сюжетной задачи.

Обобщив и конкретизировав полученные результаты нами был составлен конструктор составления заданий, направленных на формирование познавательных УУД для разных этапов решения сюжетной задачи. Данный конструктор служит инструментом для формулировки заданий, направленных на формирование познавательных УУД. Для реализации составленного конструктора на конкретных примерах были сформулированы задания для формирования познавательных УУД на разных этапах решения сюжетной задачи.

Таким образом, следует считать, что задачи исследования полностью выполнены, цель достигнута.

Из проделанной работы можно сделать вывод, что формирование познавательных учебных действий в полной мере осуществимо в процессе решения сюжетных задач по математике.